

生物医学工程导论

第七章 生物医学信号处理

医学信号的性质

对医学信号而言：

有的主要属于**确定性信号**（在有限的时间内），如心电、心音、阻抗等；

有的似乎**含随机成分**多，如脑电、肌电、胃电（平滑肌电）等。

因此，对医学信号的处理涉及对**确定性信号**的处理及对**随机信号**的处理。

除此之外，近来还开展了信号混沌性的分析。

医学系统的特点

(1) 人体系统：严格说来，人体系统是非线性移变系统，一般不能用工程中测量输入输出信号以确定线性系统的特性的办法来确定人体系统特性或状态。

(2) 医学信号处理的根本任务：在于有效地分析来自系统的信号，正确地提取信号特征，寻求信号特征与系统状态的关系，从分析信号的特征确定系统的状态(正常、病理)，以便作出医学决策。

因此医学信号处理的重点不在于实时传输，而在于时、频域特征提取，以便作辨识(正常、大致正常、异常、严重异常等)。

医学信号处理系统的组成

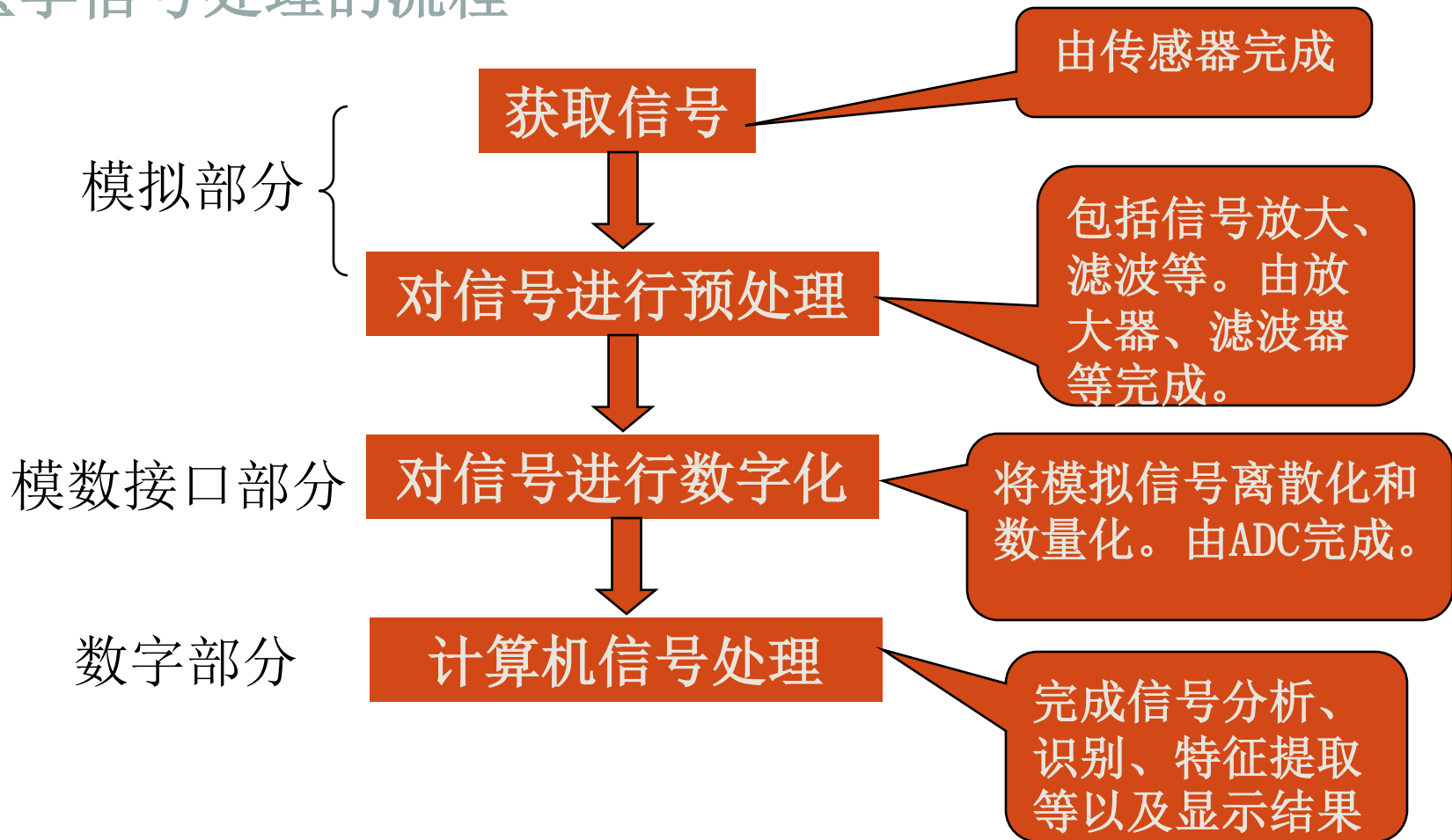
- 处理医学信号的装置叫医学信号处理系统（**DSPSM: Digital Signal Processing Systems for Medicine**）。
- 完整的医学处理系统可分为**硬件**及**软件**两个方面。在硬件方面，又可分为**模拟部分**和**数字部分**。
- 医学信号，有的是电信号，但多数是非电信号，故医学信号处理系统应包括将非电量转换成电量的信号转换部分或叫**信号变换器 (signal transformer)**。
- 由于医学信号的微弱、低频及高噪的特点，医学信号处理系统还包括有抗干扰性能强的**模拟放大器 (analog amplifier)**。
- 最后是将模拟量变换成数字量或数字量变换成模拟量的**模数 / 数模转换器 (ADC/DAC: analog-digital converter/digital-analog converter)**及计算机系统。

医学信号处理系统各部分功能

- (1) 人体子系统：产生医学信号（信号源）。
- (2) 信号感知和变换子系统：拾取信号，如果是非电信号则将非电学量转变成电学量，以便后续处理。要求该系统是非时变线性系统。
- (3) 模拟放大子系统：放大微弱的医学信号。最高应达 10^6 以上的放大倍数，要求高的（如大于90dB）共模抑制比（CMRR: common mode rejection ratio）的非时变线性系统。
- (4) 模数 / 数模转换子系统：模拟量转换为数字量。现有8位、12位、16位及更多位转换精度及各种采样速率的器件（或系统）可选用。
- (5) 计算机子系统：信号的处理、分析、保存、显示等。包括主机和外设如打印机、绘图仪、鼠标器等。

生物医学信号采集、预处理以及采样定理

医学信号处理的流程



信号放大:放大器

(Signal amplification: amplifier)

高性能的放大器是获得生物医学信号的关键设备之一。

对于医学放大器首要的是其**安全性**。**保证安全性的关键技术隔离、浮置：**

- (1) **隔离(isolation)**：接入人体的测量回路与其余电路隔离。隔离技术有光隔离、变压器隔离、场隔离（采用发射与接收分离的方式）。
- (2) **浮置(floatation)**：检查床和设备有良好的本地接地（接地电阻 $<0.1\ \Omega$ ），与人体测量回路不能共地。

放大器的**主要性能参数**有（6个）：

1. 共模抑制比 (CMRR: Common Mode Rejection Ratio): 定义为差模信号放大倍数与共模信号放大倍数之比。通常用分贝 (dB) 数表示。如 $CMRR = 90\text{dB}$, 表示差模信号放大倍数与共模信号放大倍数之比为 $10^9:1$ 。

2. 放大倍数 (Amplification): 输出信号幅度与输入信号幅度之比。

3. 时间常数 (Time Constant): 达到最大响应的0.707倍所需的时间, 单位为秒, 通常用电路的等效电阻和电容的乘积 (RC) 来表示。

类似意义的参数是低端截止频率 (赫兹)。低端截止频率与时间常数的关系为: $f_{rc} = (1/2\pi)(1/RC)^{1/2}$

4. 高端截止频率 (high cutoff frequency): 高、低端截止频率之间的频率范围称为放大器的通带宽度, 简称带宽, 单位为赫兹。

5. 线性 (linearity): 输出信号的幅度和相位与输入的对应量有线性关系。

6. 输入阻抗 (input impedance): 放大器的输入电压与输入电流之比。医学放大器要求有高的输入阻抗, 如一般的几 $M\Omega$ ($10^6 \Omega$), $G\Omega$ ($10^9 \Omega$), 甚至 $T\Omega$ ($10^{12} \Omega$) 的量级。

选用医学信号放大器总体要求：

- (1) **高输入阻抗**（生物信号源是高内阻的微弱信号源，所以需要放大器也是高阻抗，以达到阻抗匹配，否则会出现低频失真。）
- (2) **高共模抑制比**（目的：抑制人体所携带的工频干扰及所测量参数以外的其他生理作用的干扰）
- (3) **低噪声和低漂移**（目的：提高测量的信噪比）
- (4) **设置保护电路**（保护被测量人体的安全）

信号数字化:模数转换器

(Signal digitalization: converter)

- 数据采集的目的是获得有效的能被计算机处理的数据。计算机数字信号处理中的数据采集，就实时性、复杂性、目的性、自动化及数据量的庞大等各个方面，都大大不同于传统的医学统计里的数据采集。
- 数据采集功能是将通过放大器放大到足够大的模拟电信号变换成能为计算机识别的数字电信号。

模数转换(Analog-digital conversion)

(1) 概念：把模拟量转换成数字量的过程叫模数转换。其核心器件(Device)是ADC(Analog-digital conversion)芯片(Chip)叫模数转换器。

现在的多媒体计算机的声卡和显卡，数码相机、扫描仪以及CT机等都会有这种器件。一般，将AD芯片及辅助器件作成能插在计算机主机的扩展槽中的一块电路板叫AD板或AD卡(AD board or AD card)。它在计算机的控制下完成对模拟信号的离散化和数量化任务。计算机(通过软件)将数字化的信号读入内存(一点一点地读)，然后完成处理和外存任务。

(2) 作用：模数转换器是医学信号处理系统的模拟部分与数字部分之间的桥梁。

模数转换(Analog-digital conversion)

(3) ADC的主要性能指标

- ①**采样率或采样频率 (sampling rate or sampling frequency)** : 决定信号采集的速度 (f_s): 点数/秒, 或时间分辨率 (time resolution): 两采样点间的时间间隔 (Δt)。
- ②**位数 (bit number)**: 决定幅度分辨率 (Amplitude resolution) 或精度 (precision); 早期的器件为8位, 现通用12位或16位, 更高的有24位。
- ③**极性 (polarity)**: 配合放大器输出的极性, 分差动, 单极性 (正或负), 双极性。
- ④**满量程输入范围**: 一般为 $\pm 5V$ (满量程10V) 或 $\pm 10V$ (满量程20V)。
- ⑤**准确度 (accuracy) 或采样误差 (sampling error)**: 一般为 $\pm 2\%$
- ⑥**通道数 (Channel number)**: 允许输入信号的通道(路)数。一般为8路或16路。但可任意扩展。

时间分辨率和幅度分辨率

(1) 时间分辨率

由两采样点间所需的时间间隔 (Interval) 决定。

其倒数叫采样率或采样频率 (f_s)。

采样率越高越能反映信号的细节，但单位时间的数据量(以字节(byte)计)越大。其上限受器件性能的限制, 不可能无限大。

一般医学信号处理目的所用的器件, 上限为几十千赫兹到几百千赫兹 (10-100kHz), 对应的时间分辨率 Δt 为 0.1mS-10 μ S。

时间分辨率和幅度分辨率

(2) 幅度分辨率 (Amplitude resolution) q

每量化单位 (q) 代表的电压值。该参量反映了量化的精度。

即: 幅度分辨率 (q) = 信号值 / 分度值

下面, 我们以 10V 的满程信号 为例计算说明。

对早期的8位板: 数字分度值为: $2^8=256$, 则

$$\text{幅度分辨率} = 10\text{V} / 2^8 = 40\text{mV} (40 * 10^{-3}\text{V})$$

对12位板: 幅度分辨率 = $10 / 2^{12} = 2.44\text{mV} (2.44 * 10^{-3} \text{ V})$

对16位板: 幅度分辨率 = $10 / 2^{16} = 0.1526\text{mV} (0.1526 * 10^{-3} \text{ V})$

对20位板: 幅度分辨率 = $10 / 2^{20} = 9.537 \mu \text{V} (9.537 * 10^{-6} \text{ V})$

对24位板: 幅度分辨率 = $10 / 2^{24} = 0.596 \mu \text{V} (0.596 * 10^{-6} \text{ V})$

时间分辨率和幅度分辨率

因此, 如果采用24位板, 可直接检测脑电信号。

对0.596mV (约600 μ V) 的信号, 分度数应为1000 ($0.596\text{mV}/0.596 \mu\text{V}=1000$), 相当于一个10位板 ($2^{10}=1024$)。如果10位板的满量程为10伏, 则幅度分辨率为10mV ($10/1024 \approx 10\text{mV}$)。如果要达到采用24位板的同样的幅度分辨率, 则需配备16779倍的放大器 ($10\text{mV}/0.596 \mu\text{V} \approx 16778.52$)。

因此, 采用位数多的采样板, 可大大减轻对模拟放大器的要求。理论上讲, 采用16位板, 足可对mV级的心电信号进行直接采样。为了减少传输干扰, 可在电极上配置一个简单的放大器就足够了。对 μ V级的脑电信号进行简单的放大也可以直接采样。这是一个发展方向。

当然, 目前24位AD器件其价格是很昂贵。

采样定理 (Sampling theorem)

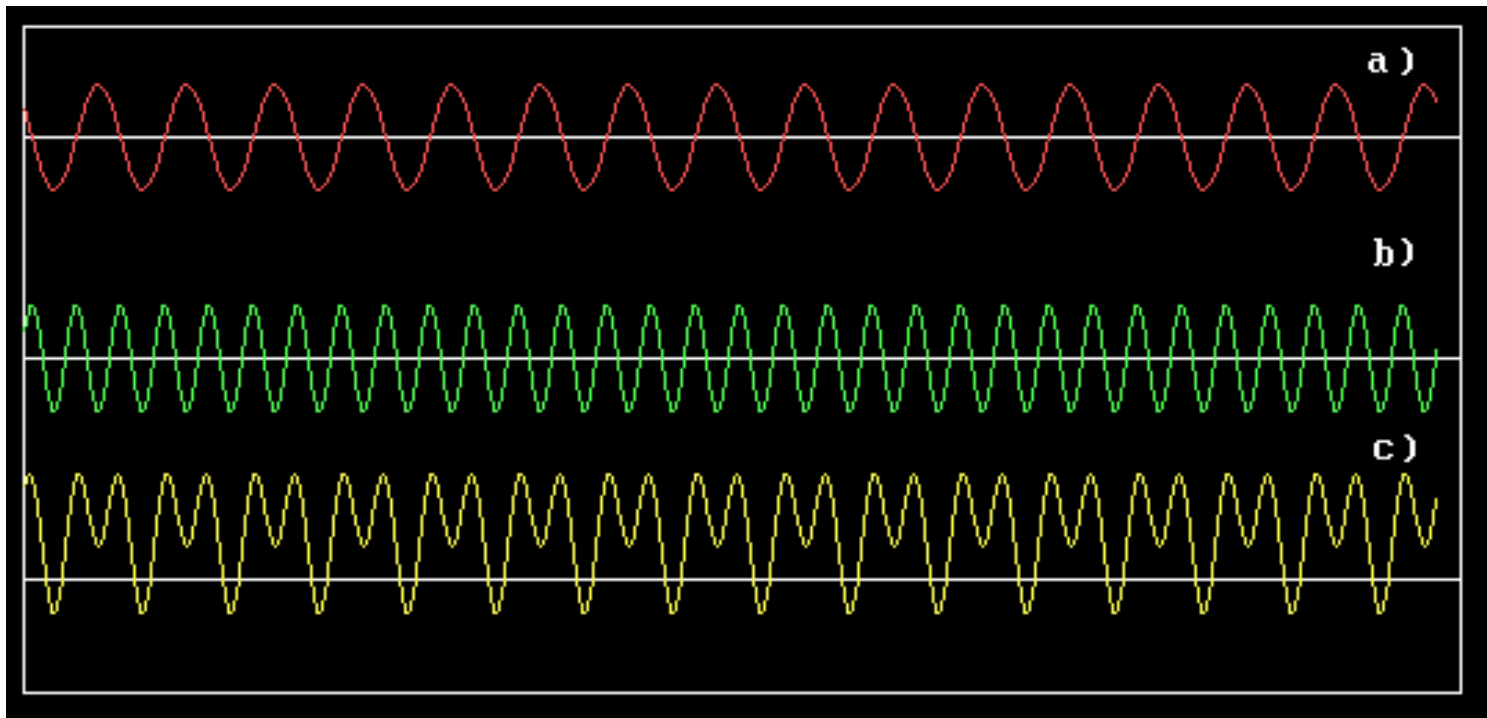
- 采样定理是数字信号获取过程中**十分重要的定理**。
- 它关系到**时域** (Time domain) 及**频域** (Frequency domain) 的分辨率，能否有效地恢复原始信号，是否会产生混迭效应 (Aliassing effect)。
- 采样定理又叫**赖奎斯特定理** (Nyquist theorem)。满足采样定理, 不产生混迭效应的采样条件叫**赖奎斯特条件** (Nyquist condition)。

采样定理 (Sampling theorem)

- 在实际应用中，常常要求同时（医学文献多叫同步）采集多导信号，如同时16导脑电信号，同时12导心电信号等。但在实际的医疗设备的执行中，数字化大都是单导进行的，每导间都有时间差。如500Hz采样，每导间差2mS。
- 为了满足同时性的要求，大都采用“采样保持技术”。这是一种锁时技术。然而，有的设备，包括一些进口设备，虽然宣称具有同时性，但实际上并未采取同时性的技术措施。
- 除了“采样保持技术”外，也还可以采用一些其他技术措施，可以相当精确地满足同时性要求。

采样 (Sampling)

采样频率为40Hz下的图形



注： a) 余弦分量；
b) 正弦分量；
c) 合成信号（直流分量+余弦分量+正弦分量）

四、 信号处理的一般方法

1. 相干平均算法
2. 相关技术
3. 信号的滤波
4. 参数模型

1、相干平均算法

- 相干平均(Coherent Average)主要应用于能多次重复出现的信号的提取。如果待检测的医学信号与噪声重叠在一起，信号如果可以重复出现，而噪声是随机信号，可用叠加法提高信噪比，从而提取有用的信号。
- 叠加方法：按固定周期或固定触发时刻进行叠加。

- 效果估计:

$$y_i(t) = s(t) + n_i(t)$$

其中 $y_i(t)$ 为含有噪声的待检测信号，其中 $s(t)$ 为重复出现的有用信号， $n_i(t)$ 为随机噪声。经 N 次叠加后求平均，则：

$$\bar{y}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [s(t) + n_i(t)] = s(t) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i(t)$$

- 若信号 $s(t)$ 的功率为 P ，噪声 $n_i(t)$ 的方差为 δ^2 ，那么对每一个 $y_i(t)$ ，其信噪比为 P/δ^2 。经 N 次平均后，噪声的方差变为 δ^2/N ，所以平均后信号的信噪比为 $N \cdot P/\delta^2$ ，提高了 N 倍。
- 例如心室晚电位为 μV 级，掩埋在噪声里，如按心动周期以R峰点对齐，进行叠加、平均，则可检出微弱的心室晚电位信号。

2、相关技术

信号的相关函数反映了两个信号之间的相互关连的程度。

设有两个信号 $x(n)$ 和 $y(n)$ ，定义它们的互相关函数（Across-correlation Funtion） r_{xy} 为：

$$r_{xy}(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y(n+m), \quad m \text{取任意整数}$$

它表示 $x(n)$ 不动，将 $y(n)$ 在时间轴上左移或右移（ m 为正数时左移， m 为负数时右移） m 个时间间隔后分别与 $x(n)$ 逐点对应相乘后求和，得到该 m 点时刻的相关函数值 $r_{xy}(m)$ 。以 m 为横轴， $r_{xy}(m)$ 为纵轴可画出相关函数曲线，该曲线反映了 $x(n)$ 和 $y(n)$ 的相似程度。

相关分析 (correlation analysis)

• 举例

【例】计算有限能量信号 $x(n)$ 、 $y(n)$ 的 $N=4$ 的互相关函数

$$x(n) = \begin{matrix} 1 & 0.1 & -1 & 0.1 \end{matrix} \quad n=0, 1, 2, 3$$

$$y(n) = \begin{matrix} 0.1 & 1 & 0.1 & -1 \end{matrix} \quad n=0, 1, 2, 3$$

【解】

(1) 确定 m 的取值范围: $-3 \leq m \leq 3$

(2) 分别利用 m 的值代入公式计算

$$m = 0, \quad r_{xy}(0) = 1*0.1 + 0.1*1 + (-1)*0.1 + 0.1*(-1) = 0$$

$$m = 1, \quad r_{xy}(1) = 1*1 + 0.1*0.1 + (-1)*(-1) + 0.1*0 = 2.01$$

$$m = 2, \quad r_{xy}(2) = 0$$

$$m = 3, \quad r_{xy}(3) = -1$$

$$m = -1, \quad r_{xy}(-1) = 0.1*0.1 + (-1)*1 + 0.1*0.1 + 0*(-1) = -0.98$$

$$m = -2, \quad r_{xy}(-2) = 0$$

$$m = -3, \quad r_{xy}(-3) = 0.01$$

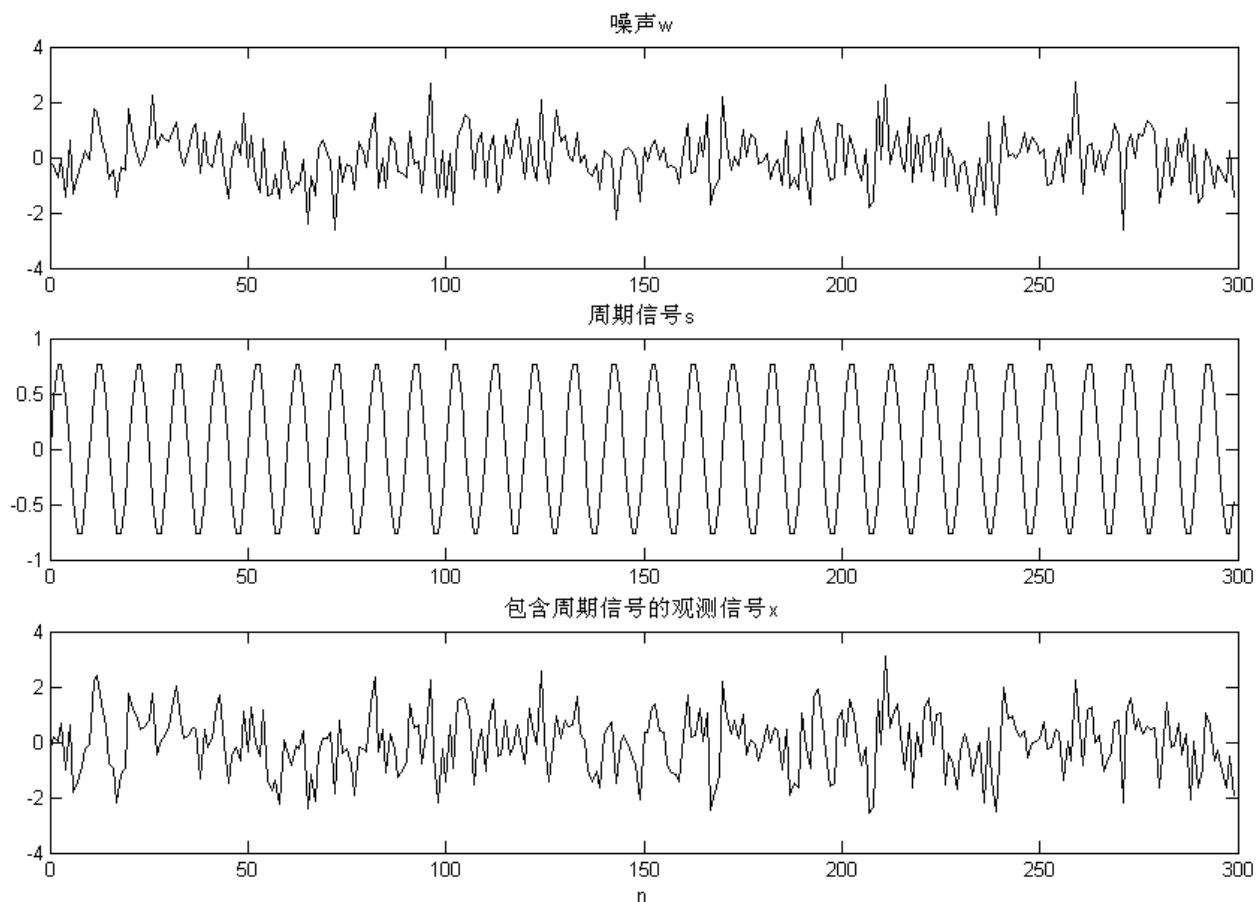
计算出的 $r_{xy}(-3) \sim r_{xy}(3)$ 构成了 $2N-1$ 点互相关函数序列。

- 一个信号 $x(n)$ 的自相关函数 (Autocorrelation Function) r_{xx} 定义为:
- $$r_{xx}(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)x(n+m), \quad m \text{ 取任意整数}$$
- 其中, $r_{xx}(0)$ 反映了信号 $x(n)$ 自身的能量。 $r_{xx}(m)$ 是偶函数, $r_{xx}(0)$ 是其中的最大值。自相关函数曲线可反映信号自身的周期性和噪声水平。

相关分析 (correlation analysis)

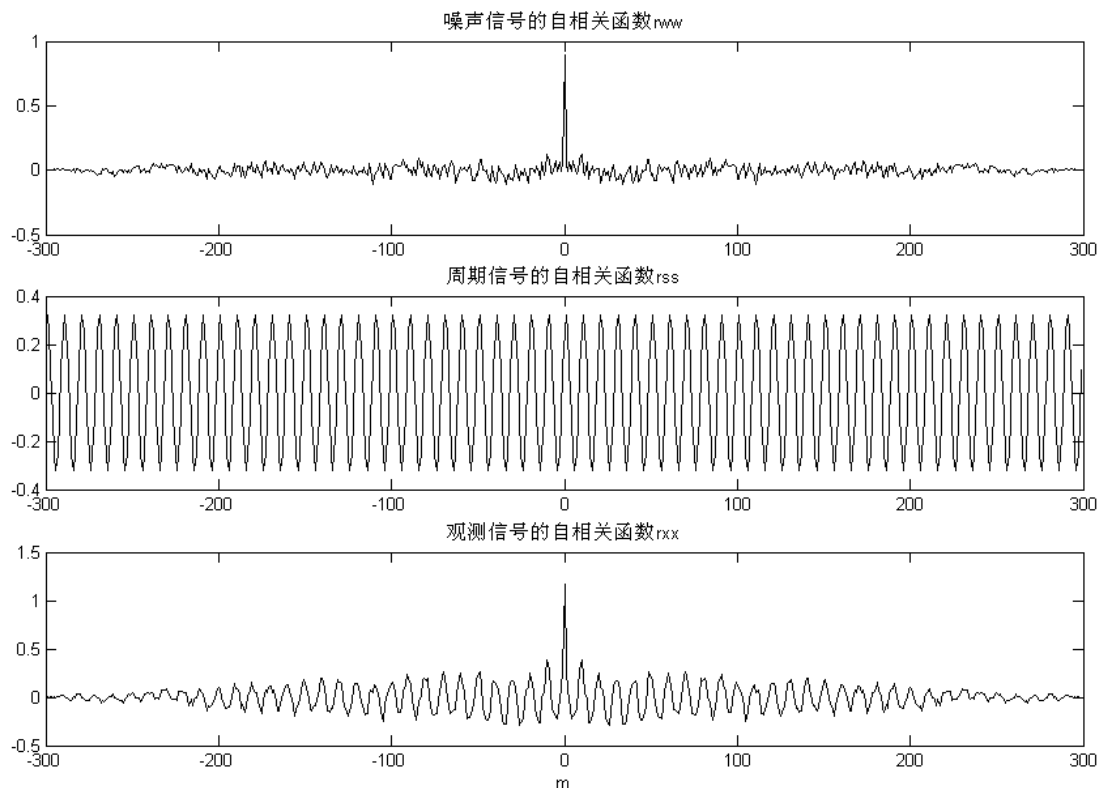
相关分析在信号处理中的应用 (举例)

设周期函数 $s(n)=0.8\sin(n\pi/5)$, 噪声 $w(n)$ 为随机产生的白噪声, 观测信号为: $x(n)=s(n)+w(n)$, 这三个信号分别如图所示:



相关分析(correlation analysis)

- 三个信号做自相关函数（如图）



解释：从第三图可以看出合成信号有周期大约为10左右的成分存在，与理想的信号 $s(n)=0.8\sin(n\pi/5)$ 的周期接近，这样就可以通过相关计算来判断是否包含周期信号，以及信号的周期。

- 相关技术应用范围很广，例如，我们可以利用相关判断在一个含有噪声的记录中是否有我们所希望的信号。设记录到的信号：

$$y(n) = s(n) + \eta(n)$$

- 其中 $s(n)$ 为信号， $\eta(n)$ 为白噪声（白噪声是指其频谱为一非零常数的噪声），现在我们不知道当前记录到的 $y(n)$ 中是否存在 $s(n)$ ，但我们根据以前的工作已知道关于 $s(n)$ 的先验知识，因此我们可以做 $y(n)$ 与 $s(n)$ 的互相关：

$$r_{ys}(m) = r_{ss}(m) + r_{\eta s}(m)$$

- 通常我们认为信号与白噪声是不相关的，因此 $r_{\eta s}(m)$ 等于零，于是 $r_{ys}(m) = r_{ss}(m)$ 。因此我们可以根据互相关函数 $r_{ys}(m)$ 与自相关函数 $r_{ss}(m)$ 是否相等来判断在 $y(n)$ 中是否含有信号 $s(n)$ 。

- 相关分析的其他应用
 - (1) 红细胞的流速测量
 - (2) 检测超声脉冲回波
 - (3) 诱发电位提取

注：已经有专门的“相关检测仪”出现，其主要原理就是利用前面讲的相关算法。

3、信号的滤波

- 信号为什么需要滤波？

从传感器获取的信号中一般都带有一些**干扰**（如电磁干扰、工频干扰、人体活动带来的干扰）和**噪声**。为了保证测量信号的质量，必须采取抗干扰和抑制噪声的措施。**滤波就是消除干扰和噪声的主要方法。**

- 滤波的原理

任何信号都可以看成是由频率不同的正弦波组成。对于不同的信号，组成它的频率成分也不同，滤波正是利用信号和干扰的频率成分的差异分开信号和干扰（或噪声）。使信号能正常传递到目的地。

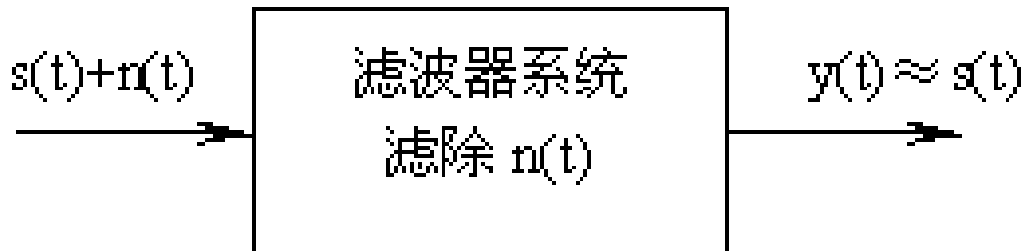
- 滤波的分类

{ 软件滤波（利用软件算法进行滤波）

{ 硬件滤波（滤波器） { **无源滤波器** 仅由电阻、电容和电感组成

有源滤波器 滤波器中一定带有晶体管、运放等有源器件

- 数字滤波器作为一个线性系统，系统的输入 $x(t)$ 包含信号 $s(t)$ 和干扰 $n(t)$ ，如果 $s(t)$ 和 $n(t)$ 在频谱上不重叠，即可通过一个特定的滤波器系统滤除干扰 $n(t)$ ，得到的输出 $y(t)$ 近似地等于 $s(t)$ 。



1. **软件滤波的概念**：根据信号的特点，利用一定的**算法**将获取到的混有干扰和噪声的医学信号中的干扰和噪声滤除掉，已获得有用的医学信号。
2. 软件滤波技术总的可分为**时域滤波**和**频域滤波**。
时域滤波技术中，除了卷积滤波外，尚有：

(1) 局部加权平均滤波

(3) 迭加平均滤波

(5) 小波滤波

(2) 周期平均滤波

(4) 自适应滤波

(6) 高阶积累量滤波

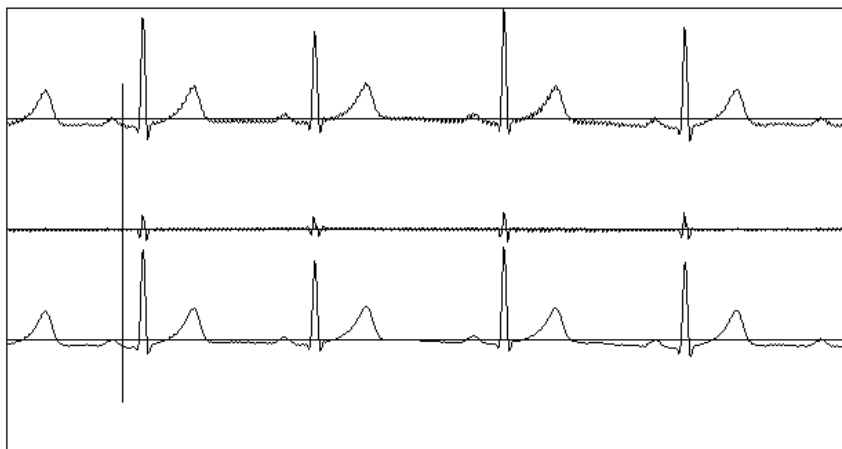
- 局部加权平均滤波

局部加权平均的思想是用时间上的加权平均来代替多次测量的平均。

局部加权平均的方法是在局部用最小二乘法进行多项式拟合(相当于局部提取趋势项)，计算出各点的权系数，然后逐点滑动进行加权平均，从而达到滤波(滤去高频分量)的效果。

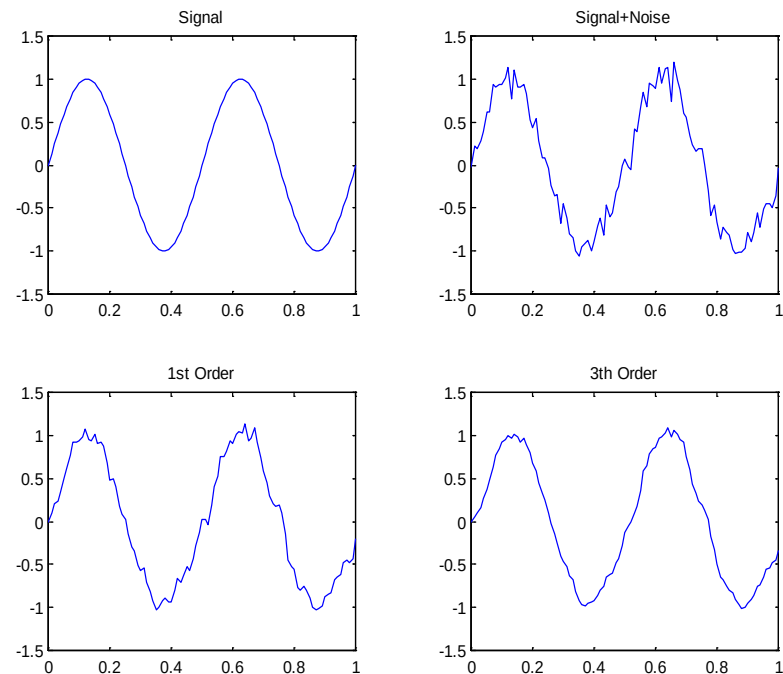
5、7、9、11点局部平滑滤波各点的权系数如下表。

点数	X_0-5	X_0-4	X_0-3	X_0-2	X_0-1	X_0	X_0+1	X_0+2	X_0+3	X_0+4	X_0+5	归一化系数
5				-3	12	17	12	-3				35
7			-2	3	6	7	6	3	-2			21
9		-21	14	39	54	59	54	39	14	-21		231
11	-36	9	44	69	84	89	84	69	44	9	-36	429



心电信号的5点加权平均滤波效果

上图：原始心电信号；
 中图：被滤去的成分；
 下图滤波后的心电信号



正弦波的加权平均滤波效果

- 叠加平均滤波

在生物医学信号处理中，**迭加平均技术**常用以提取被背景信号淹没的**目标信号**，如各种诱发电位（EP: evoked potential）和事件相关电位（ERP: event related potential）的提取。其理论基础一般认为是牢固的。

迭加平均技术的**理论假设**是：

(1) 目标信号是不变的，更具体说是特征(幅度、频率、相位)不变的确定信号

(2) 干扰都是均值为0的白噪声。

假定目标信号为 $S(n)$ ，非目标信号为 $N(n)$ 。则综合信号为

$$X(n) = S(n) + N(n) \quad n = 0, 1, \dots, M-1$$

对于 $N(n)$ 有： $\sum N_i(n) = 0 \quad i = 0, 1, 2, \dots, K \quad K \rightarrow \infty$

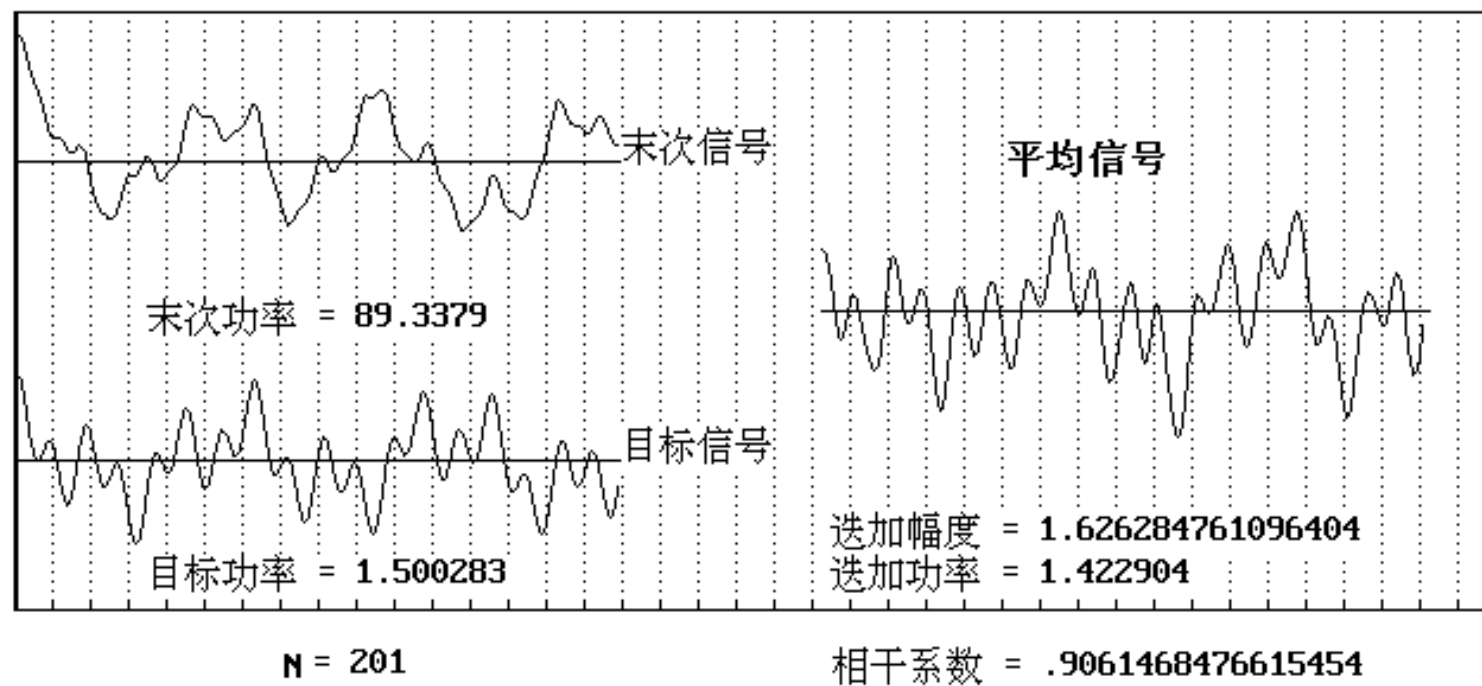
在进行足够多的迭加平均次数后得到迭加平均后的信号 $AX(n)$ 为：

$$AX(n) = (\sum S_i(n) + \sum N_i(n)) / K \quad i = 0, 1, 2, \dots, K$$

当 $K \rightarrow \infty$ 时有 $\sum S_i(n) = KS_i(n)$

所以

$$AX(n) = S_i(n)$$



迭加平均法提取的目标信号

频域滤波

- 对于信号 $x(t)$ 或 $x(n)$ ，我们可以在时域直接对其进行分析，如滤波、求相关函数、相干平均、特征提取等，然而，对信号特征的深入研究，往往转换到频域进行分析，有助于加深对信号特征的认识。

为什么需要将信号从时域变换到频域去分析信号？

(1) 使复杂计算简单化

如用对数变换可以使乘、除变为加、减，用拉普拉斯变换可将微分方程变为代数方程

(2) 便于特征提取

如经傅立叶变换可知道信号是集中在低频还是高频部分。使的一些在时域中无明显特征的信号，在频域里很容易出现明显的特征。

(3) 可使数据压缩

如一信号由基波和50次谐波组成，按采样定理，在时域中表示信号的一个周期至少需要100个采样点。而在频域中，它仅为两个正弦波，每个用其幅值、频率、相位描述，仅需要6个数据。

信号的频域处理

- 信号的频域处理可分为经典方法(Classical method)和现代方法(Modern method)。
- 经典方法以傅利叶变换(Fourier transformation)为核心，只处理线性时不变问题。
- 对非线性时变问题的处理是正在发展中的现代方法内容，有同态信号处理(Honomorphic signal processing)、时频分析(time-frequency analysis)、高阶谱分析(Higher order spectral analysis)及小波分析(wavelet analysis)等。

- 信号进行傅立叶变换，研究信号所包含的各种频率成分。
- 我们知道，对于一个周期信号，如正弦波信号： $y=\sin(\omega t)$ ，具有一个单一的频谱值 ω 。而对于任意一个周期信号 $f(t)$ 都可用傅立叶级数表示为：

$$f(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m e^{jm\Omega t}$$

- 其中，

$$e^{jm\Omega t} = \cos m\Omega t + j \sin m\Omega t$$

- 即任何一个周期函数都可以展开成为频率值为基频 ω 和其 m 次倍频 $m\omega$ 的三角函数和的形式，系数 a_m 即为信号 $f(t)$ 所包含的该频率成分的频谱。

- 进一步推广，若取实际的有限长离散采样信号 $x(n)$ ，可以将该有限长信号看作是周期信号的一个基本周期，同样可以应用傅立叶级数理论，计算 $x(n)$ 的频谱，得到离散傅立叶变换公式：

$$X(k) = DFT[x(n)] = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{j\left(\frac{2\pi}{N}\right)nk}, \quad 0 \leq k \leq N-1$$

- 应用该公式计算离散傅立叶变换有一个快速算法，这就是著名的快速傅立叶变换（FFT）。

- 在20世纪60年代中期，库利(Cooley)和图基(Tukey)独立发表了一篇论文，也就是**快速傅立叶变换算法**(FFT: fast Fourier transformation)。
- FFT是非常高效的算法，使得计算变换所需要的时间减少了几个数量级，由于计算机速度的迅速提高，越来越多的连续时间信号被离散化，然后用计算机进行处理。
- 最基本的FFT是基2的算法，要求长度为 2^n 幂。若数据长度不满足要求，需要舍弃多余的或填0某些不足的数据点。

采用傅立叶变换需要注意的几个问题

- 利用离散傅立叶变换进行频谱分析时会引起误差，常见的就是由于离散傅立叶变换本身采样和截断过程所引起的混叠、泄漏、栅栏现象等。
- 如果要分析的信号是连续信号，就必须先采样，当采样频谱比信号最高频率的两倍要小，即 $f_s < 2F_h$ ，就会发生混叠现象，可以提高采样率来避免混叠现象。
- 如果要分析的信号是周期连续信号，就必须要对该信号截取一段来进行分析，即加了一个窗，便会发生泄漏现象，这时离散傅立叶变换的结果似乎是将原信号频谱扩展到整个频率范围，使得无法反映真正的频谱，要想减少泄漏可以通过加不同的窗函数来截取信号。
- 离散傅立叶变换是对离散时间傅立叶变换的采样，它只给出频谱在离散点($\omega_k = 2\pi k/N$)上的值，而无法反映这些点之间的频谱内容，这就是栅栏现象，改善栅栏效应的一种方法是在信号后面补若干个零，通过补零来调整坐标上 $\omega_k = 2\pi k/M$ 的位置。

- 傅立叶变换只能对**确定性信号**进行分析，而随机信号在时间上是无限的，在样本上是无穷多，其傅立叶变换不存在，因此，对随机信号只能计算信号的**功率谱**。
- 信号的功率谱可以由信号的相关函数计算得到：

$$P(e^{j\omega}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} r_{xx}(m)e^{-j\omega m}$$

因此，只要我们能求出信号的相关函数 $r_{xx}(m)$ ，即可求出信号 $x(n)$ 的功率谱。但是，真正的 $r_{xx}(m)$ 也很难求出，要靠由 $x(n)$ 估计出来，这就是**功率谱估计**。功率谱估计在生物医学信号处理中应用极为广泛，如在心电、心音、脑电等处理中取得了良好的效果。

频谱分析(frequency spectrum)

自功率谱 (auto-power spectrum) :

信号的傅利叶变换是一个复数 (Complex number)。信号 $x(n)$ 的傅利叶变换 $X(k)$ 与其共轭复数 (Conjugate complex number) $X^*(k)$ 之积称为自功率谱(函数)，简称**自谱或功率谱**。其它文献多叫**功率谱密度(函数)**，其离散表示为：

$$P(k) = (1/N)X^*(k)X(k)$$

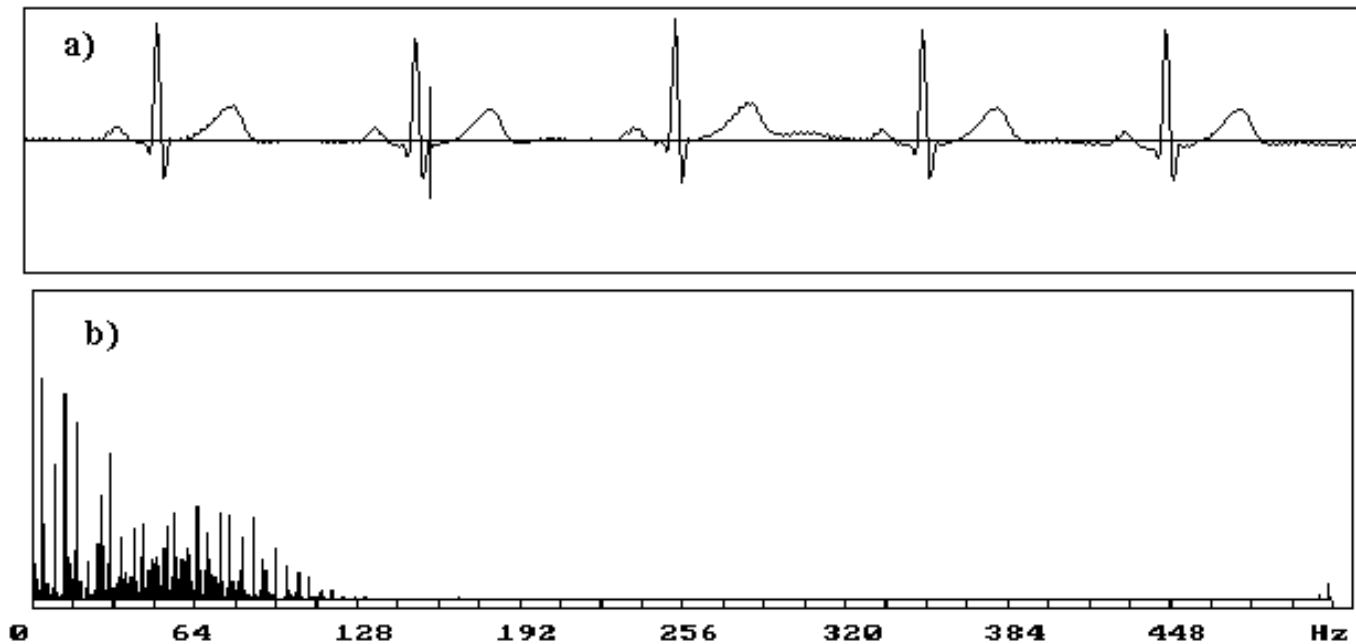
可以证明，自相关函数的傅利叶变换即功率谱（函数）：

$$P(k) = DFT(r_{xx}) = (1/N)X^*(k)X(k)$$

功率谱函数是正、实、偶函数。系数 $1/N$ 是为了满足**Parseval定理**而进行的调整。

频谱分析(frequency spectrum)

举例：



心电信号及其功率谱

- 滤波器有四种频率响应特性：

低通、高通、带通、带阻

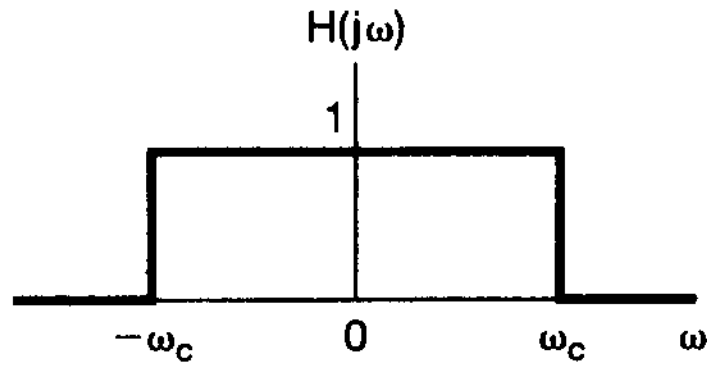
低通滤波器有一个截止频率 ω_0 ，只允许频率低于 ω_0 的频率成分通过，凡是输入信号中频率成分高于 ω_0 的均被滤除，因此在输出信号 $y(t)$ 中只含有低于 ω_0 的频率成分。

高通滤波器正好相反，只允许频率高于 ω_0 的频率成分通过。

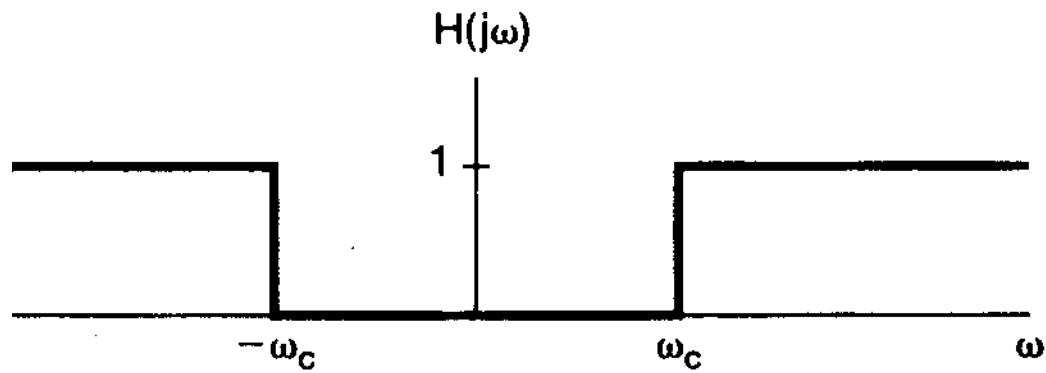
带通滤波器有上下边带截止频率 ω_1 和 ω_2 ，只允许 $\omega_1 < \omega < \omega_2$ 的频率成分通过。

带阻滤波器阻止 $\omega_1 < \omega < \omega_2$ 的频率成分通过。

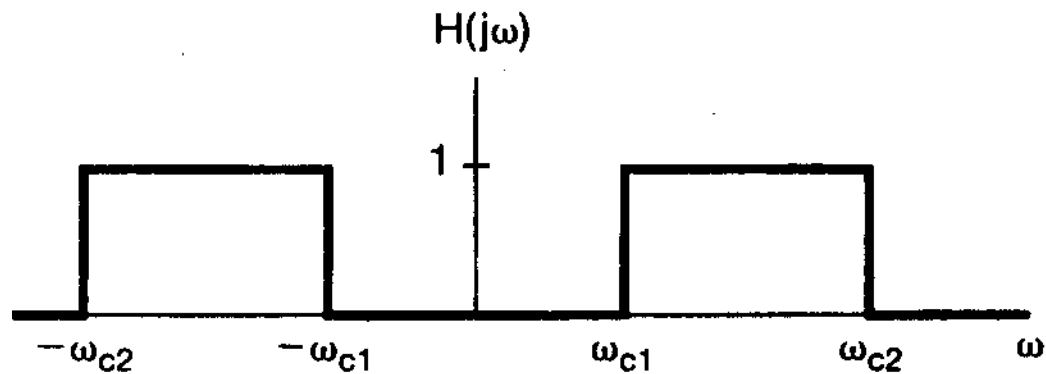
- 低通



- 高通



- 带通

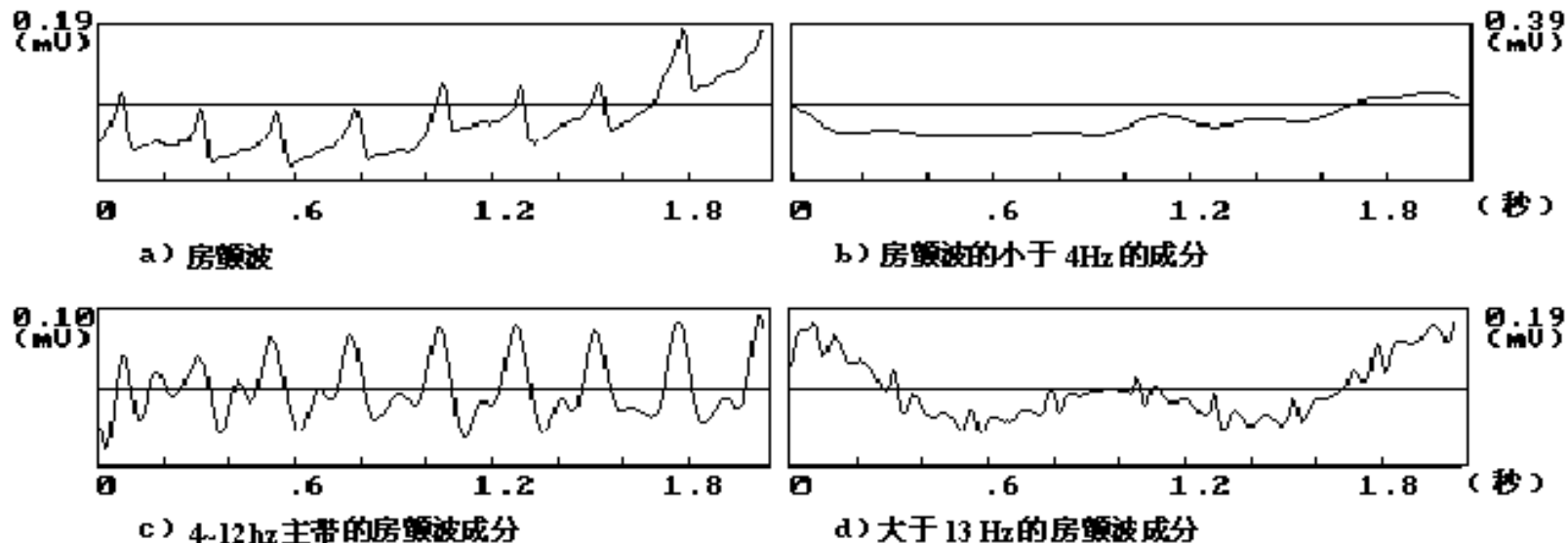


滤波器的设计主要有两种方法：

IIR(infinite impulse response)滤波器设计

FIR(finite impulse response)滤波器设计

结论：频域滤波主要采用软件（software）方法实现，更灵活。且滤波特性十分陡直。实现方法也很简单，只需令欲滤波的频段对应的**正弦(A(k))**、**余弦(B(k))**分量为0，再作IFFT即可获得滤波后的时域波形，这对干净的滤去50Hz干扰是十分有效的。
缺点是难于实现实时传输，对太长的数据，特别是连续的数据流中实现有困难。



图是房颤波的频域滤波的例子

- a)房颤波，
- b)滤去大于4Hz的成分(低通滤波器)而剩下相对的低频成分经IFFT后的时域图形，
- c)保留4~12Hz的成分(带通滤波器)经IFFT后的时域图形，
- d)滤去小于12Hz的成分(高通滤波器)而剩下相对的高频成分经IFFT后的时域图形。

4、参数模型

参数模型技术是近年来得到迅速发展的新技术，受到人们的普遍关注。在对随机过程的研究中，由于我们不能得到一个随机过程的完整描述，只能得到它们有限次的有限长的观察值，因此我们希望能用一个数学模型来模拟我们要研究的随机过程，使该模型的输出等于或近似该过程。

- 我们用一个白噪声 $u(n)$ 作为输入去激励一个系统 $h(n)$ ，得到输出 $x(n)$ ，如果满足：

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + u(n)$$

该系统称为自回归模型（AR模型:autoregressive model）或线性预测模型，其物理意义是：模型现在的输出 $x(n)$ 是由现在的输入 $u(n)$ 和过去的 p 个输出的线性加权得到。只要我们能求出系数，即可确定模型参数。

通过该模型，可以完成很多有价值的研究工作，例如，可以估计信号 $x(n)$ 的功率谱、进行各种特征分析、判别分析等工作。

- 应用AR模型估计信号的功率谱

已知采样信号 $x(n)$

我们用一个白噪声 $u(n)$ 作为输入去激励一个系统 $h(n)$, 使其能够得到输出 $x(n)$, 建立系统的AR模型:

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p a_k x(n-k) + u(n)$$

若可以求出模型的系数 a_k 和常数 δ_w^2 , 则可用下式计算信号的功率谱:

$$P_{xx}(\omega) = \frac{\delta_w^2}{\left| 1 + \sum_{k=1}^p a_k e^{-j\omega k} \right|^2}$$

五、应用实例

1. 心电信号的计算机分析
2. 心音信号的计算机分析

1、心电信号的计算机分析

分析步骤

- 心电数据采集：500Hz采样频率
- 心电信号预处理：滤除干扰（基线漂移、50Hz、肌电.....）
- 特征点检测：P、QRS、ST、T波
- 自动诊断：心律失常分析与波形分类

- QRS波形检测算法：
- 经典的QRS波检测算法包括三部分：
 - (1) 线性滤波；
 - (2) 非线性变换；
 - (3) 决策规则。

线性滤波一般采用中心频率在10~25Hz之间带宽为5~10Hz的带通滤波器，用于减除ECG信号中的非QRS波频率成分，提高信噪比。

非线性变换的目的是将每个QRS波信号变换为单向正波峰。

决策规则一般用峰值检测器或自适应阈值检测器来检测QRS波。

- 由于心电信号是非平稳随机信号，利用经典的QRS波检测算法往往受到以下两个因素的制约：

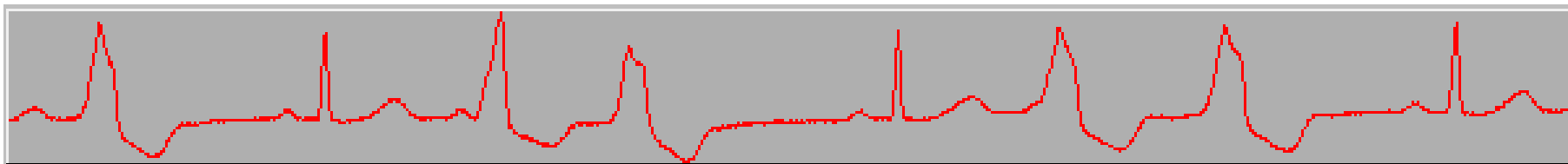
- (1) QRS复合波的信号带宽对于不同的病人乃至同一病人的不同心搏均有所不同。

- (2) 各种噪声与QRS波的通带相互交叠。

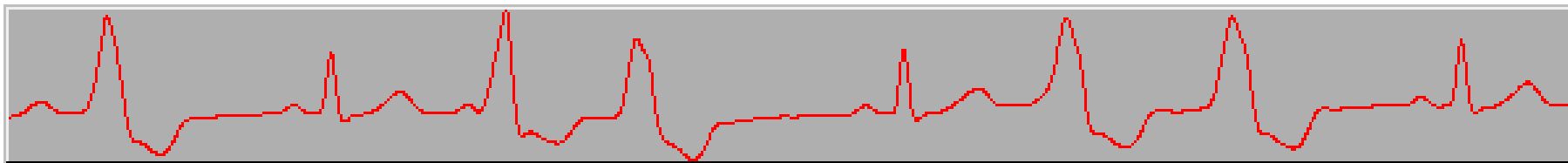
因此，人们一直致力于采用新的信号处理方法来分析QRS波，常用的有人工神经网络算法和小波变换算法。

基于小波变换的QRS波形检测算法:

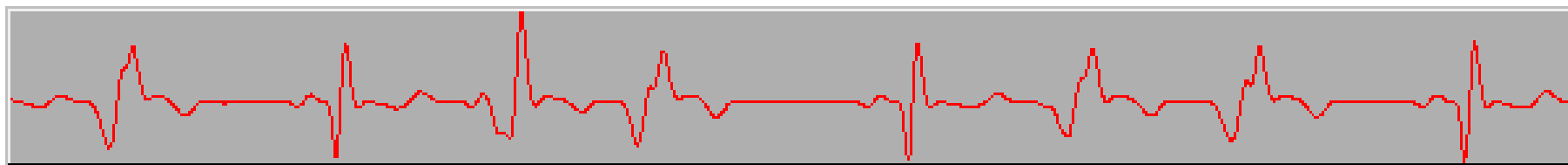
实时采集的心电信号 $x(n)$ 如下图所示:



①实时采集的心电信号 $x(n)$ 通过上限截止频率15Hz的**三阶巴特沃兹低通滤波器**，滤除高频干扰，得 $y_1(n)$ ；



②采用高斯函数一阶导数导出的小波，对 $y_1(n)$ 进行尺度 $S=2^2$ 的小波变换，突出信号特征点，消除基线漂移，得 $y_2(n)$ ；



③对 $y_2(n)$ 计算差分，取绝对值，并进行三点平滑，得 $y_3(n)$;



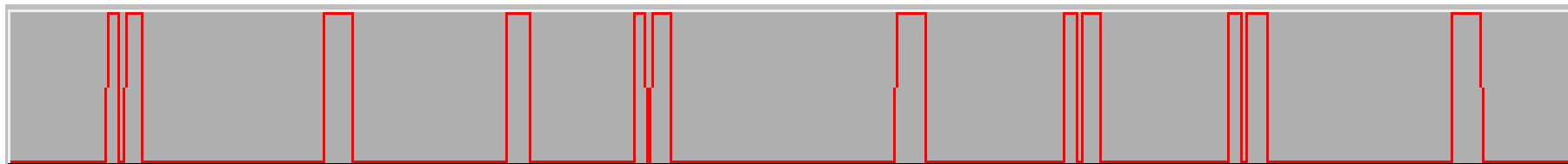
④对 $y_3(n)$ 再计算差分，取绝对值、平滑，得 $y_4(n)$;



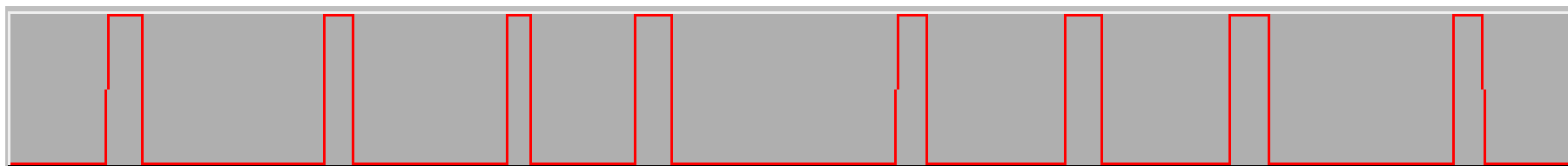
⑤对 $y_3(n)$ 与 $y_4(n)$ 逐点求和，再平滑，
得 $y_5(n)$ ；

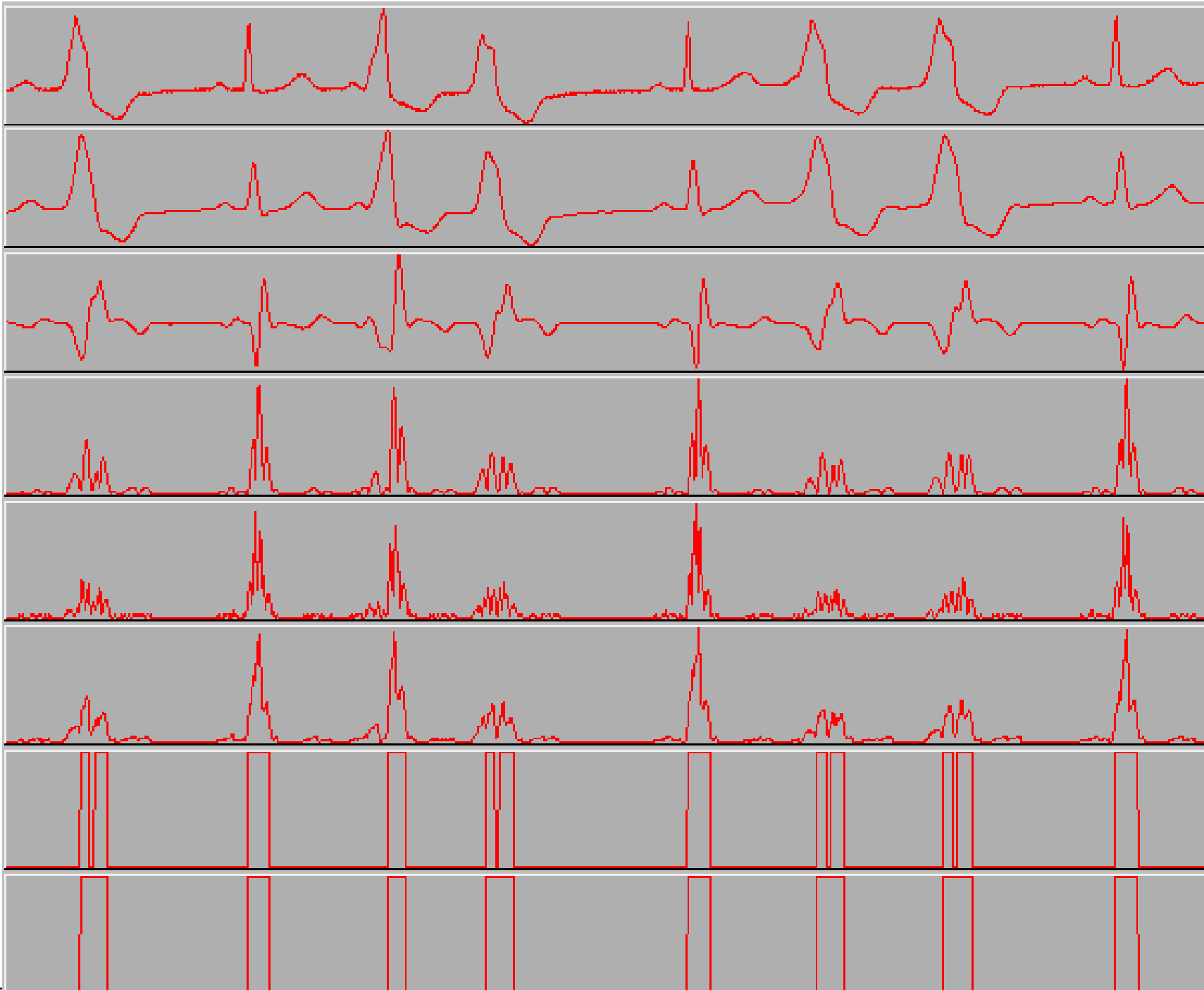


⑥进行阈值检测：取连续前3秒内的待检测信号 $y_5(n)$ 的振幅 P （可自适应调整），设检测阈值 $d_1=0.25P$ ， $d_2=0.15P$ ，对超过 d_1 的信号再降低阈值以 d_2 作双向检测，大于 d_2 则赋值为1，得QRS模板信号 $y_6(n)$ ，并记录每个模板区内 $y_5(n)$ 的峰值时刻和峰值；



⑦修正策略：对连续两个模板缝隙在**0.09秒**内的模板进行合并，对连续两个模板峰值时刻**<0.22秒**的模板进行误差判断，峰值低者认为是误差。





算法评价：

应用该算法对MIT-BIH心律失常心电数据库48例典型心电数据的近10万个各种类型的QRS波进行检测，QRS波的平均检测灵敏度（Q Se）为99.8%，真阳性率(Q +P)为99.5%。

2 心音信号的计算机分析

- 心音信号中包含了大量关于心脏、血管、瓣膜、血液等运动及状态的信息，如果能从心音中获取这些信息，对某些心血管疾病的早期诊断具有重要的意义。但由于受到以下限制，心音的临床价值还未得到有效的发挥：

(1) 心音的生理及病理机制尚未完全明确

(2) 缺乏定量的分析技术

(3) 听诊易受医生主观因素的影响

因此，对心音信号的计算机分析可以客观的提取诊断信息，辅助临床诊断。

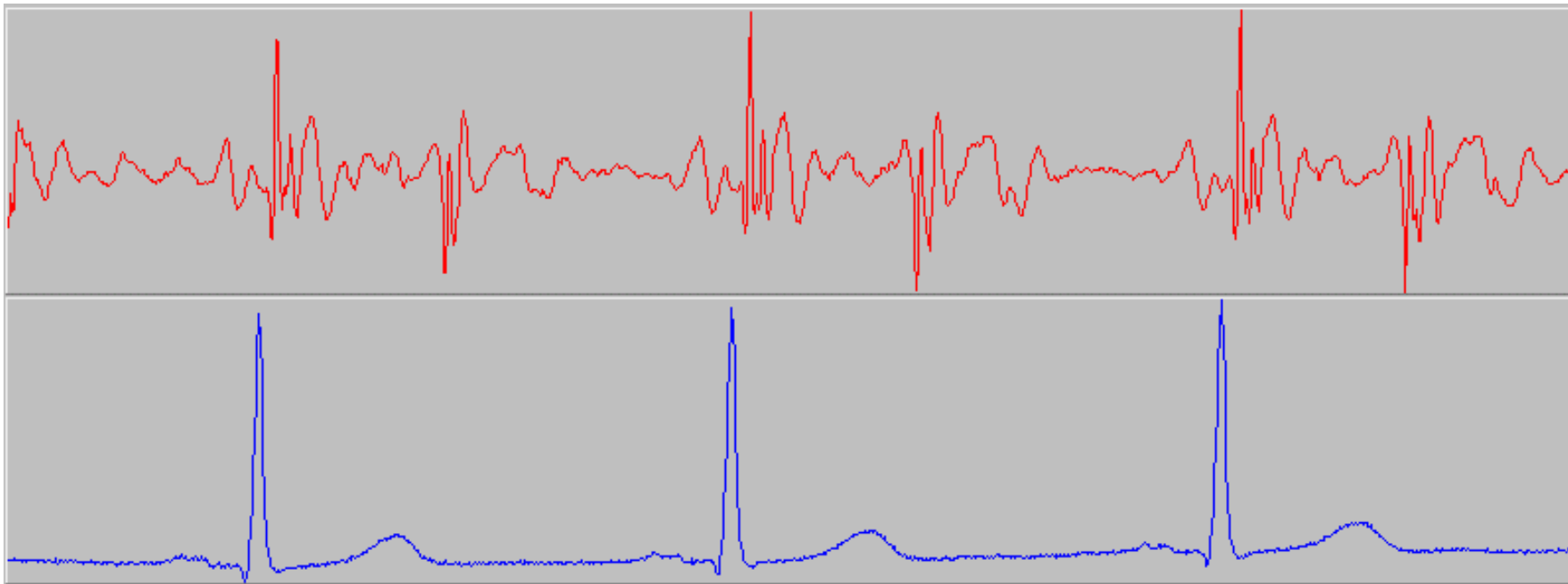
心音信号分析的几个方向：

- 心音产生机制的研究
- 心音传输特性的研究
- 心脏瓣膜（人工瓣膜）的无创性检查
- 心音微弱成分的研究

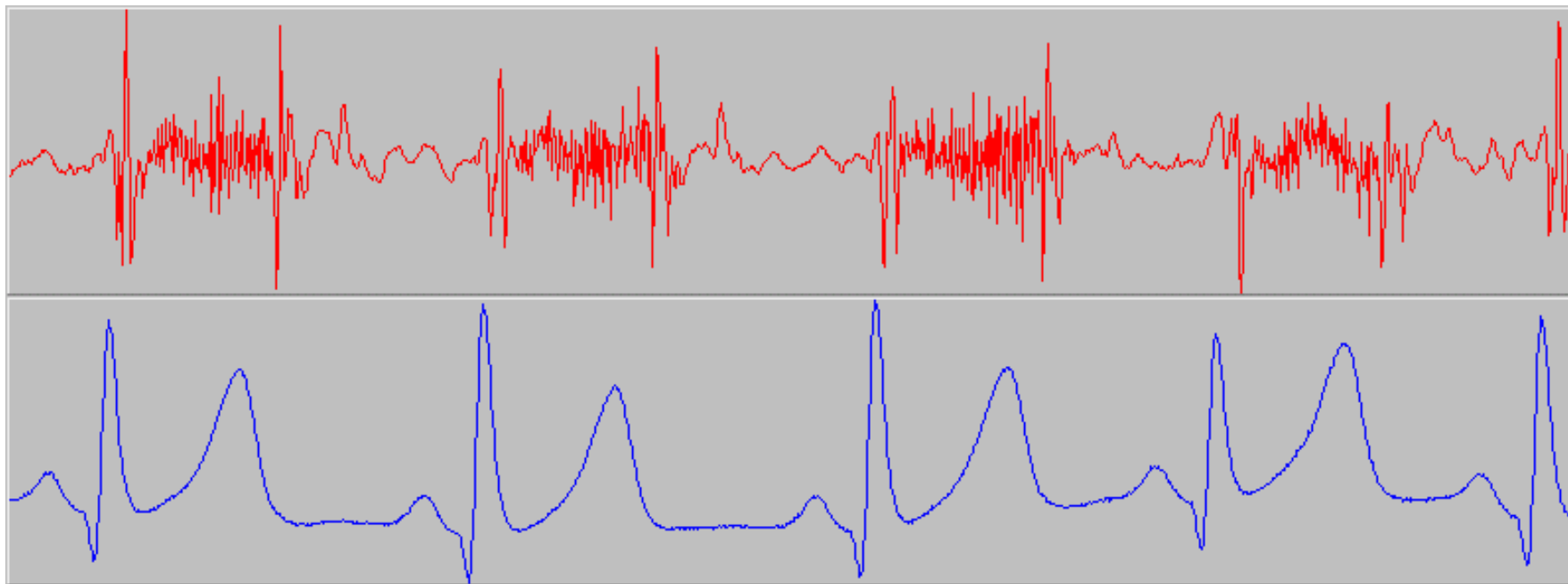
心音信号分析的几种方法：

- 时域分析：分段、能量、包络等
- 频域分析：FFT、参数模型等
- 时频分布分析：STFT、AR谱阵、Wigner分布、小波变换等

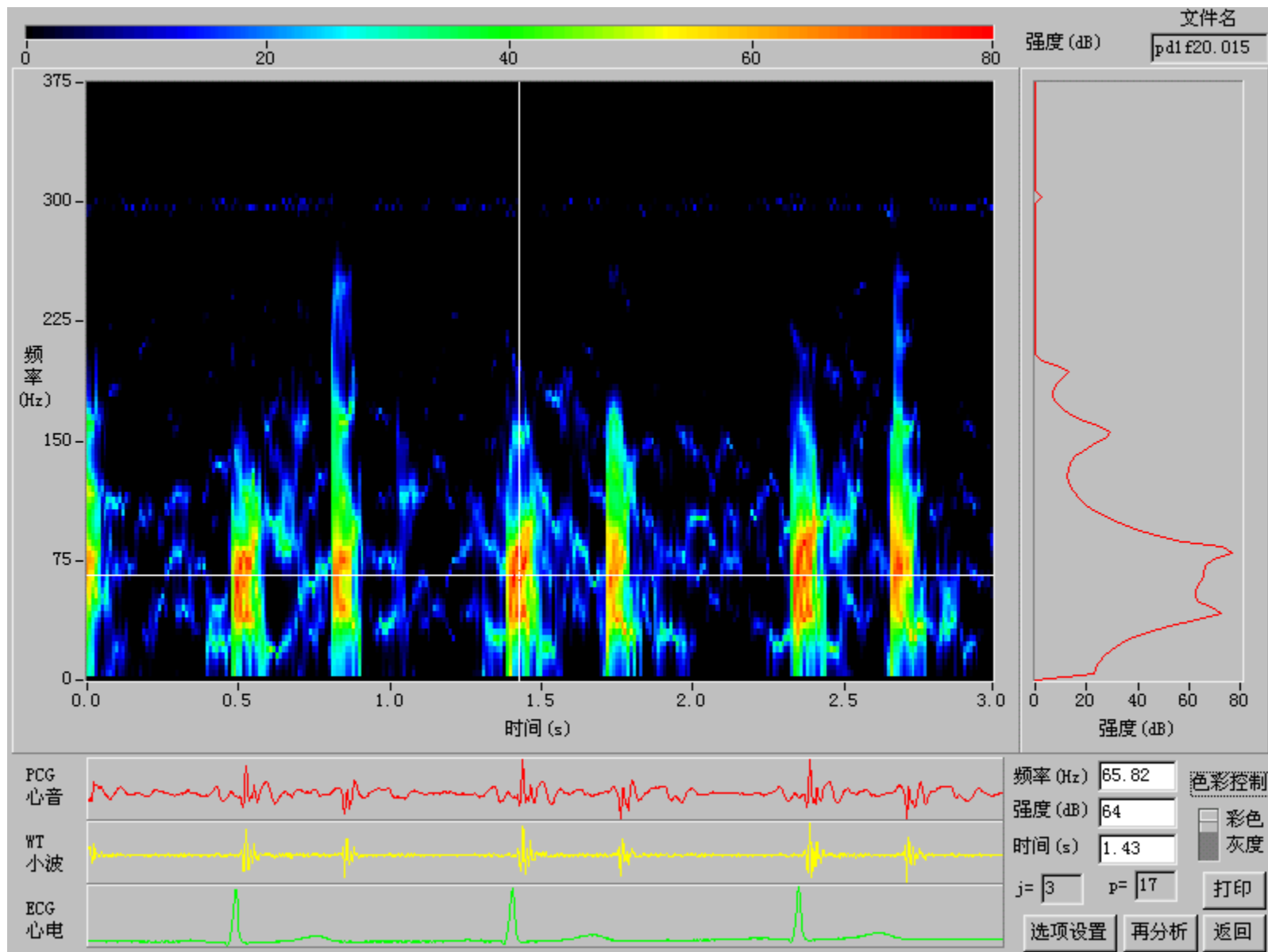
一例正常人的心音图



一例室间隔缺损病人的心音图



一例正常人的心音时频分布图



一例室间隔缺损病人的心音时频分布图

